العنوان:	تحليل مغلف البيانات: دراسة مقاربات البيانات النوعية وغير الدقيقة
المصدر:	أبحاث اقتصادية وإدارية
الناشر:	جامعة محمد خيضر بسكرة - كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
المؤلف الرئيسي:	عشي، عادل
مؤلفين آخرين:	بومجان، عادل(م. مشارك)
المجلد/العدد:	ع24
محكمة:	نعم
التاريخ الميلادي:	2018
الشهر:	ديسمبر
الصفحات:	273 - 294
رقم MD:	1015498
نوع المحتوى:	بحوث ومقالات
اللغة:	Arabic
قواعد المعلومات:	EcoLink
مواضيع:	الكفاءة الإنتاجية، تحليل مغلف البيانات، البيانات غير الدقيقة، البيانات النوعية، البيانات الترتيبية
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/1015498

تحليل مغلف البيانات: دراسة مقاربات البيانات النوعية وغير الدقيقة

Data envelopment analysis: survey on qualitative and imprecise data approaches

د.عادل عشي ، جامعة باتنة 1. adel.achi@univ-batna.dz

د. عادل بومجان[1]، جامعة محمد خيضر بسكرة. boumedjane.adel2007@gmail.com

تاريخ الارسال:2018/10/22 تاريخ قبول:2018/11/02 تاريخ النشر:2018/12/06

ملخص:

يعتبر أسلوب تحليل مغلف البيانات من الأساليب المستخدمة بكثرة في قياس كفاءة الوحدات الإنتاجية. وتفترض نماذجه التقليدية أن تكون المدخلات والمخرجات كمية ودقيقة. وفي الواقع قد يتعذر تحقق هذا الفرض وبالتالي تعذر تطبيق النموذج التقليدي مع هذا النوع من البيانات. تأتي هذه الورقة من أجل استعراض أهم المقاربات المعروفة في معالجة مثل هذه الوضعيات.

الكلمات الدالة: تحليل مغلف البيانات؛ كفاءة؛ بيانات غير دقيقة؛ بيانات نوعية؛ بيانات ترتيبية.

Abstract:

Data envelopment analysis (DEA) is well-known as a method for measuring efficiency and performance of decision making units. Conventional DEA models assume deterministic, precise and quantitative data for input and output observations. However, in many cases these assumptions are violated and some input and output observations are qualitative and imprecise. The current paper presents some approaches for dealing with qualitative and imprecise data when measuring efficiency by DEA.

Keywords: Data envelopment analysis; Efficiency ; Imprecise data; qualitative data; ordinal data.

[1] مخبر العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير،جامعة بسكرة

مقدمة:

عرّف Charnes و زملائه (1978) أسلوب تحليل مغلف البيانات على انه استخدام منهج البرمجة الخطية لتقييم الكفاءة النسبية للوحدات الإنتاجية التي تمزج مجموعة متعددة من المدخلات من أجل الحصول على مجموعة متعددة من المخرجات (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978). ويرى فيه Sherman و Zhu على انه تقنية كمية تستعمل أساسا لإيجاد مجموعة من وحدات الإنتاج التي حققت أفضل ممارسة أو أداء؛ ولتحديد الوحدات غير الكفؤة مقارنة بالوحدات المحققة لأفضل أداء. وبناء على ذلك ، فأسلوب تحليل مغلف البيانات هو أداة تساعد متخذي القرار بشكل واضح و موضوعي على التعرف على الوحدات التي تحتاج إلى تحسين كفاءتها، وتحديد مقدار الموارد الواجب اقتصادها أو مقدار المخرجات الواجب تحقيقه باستعمال الموارد الحالية كي تصبح ضمن الوحدات التي تحقق أفضل ممارسة أو أداء (Sherman & Zhu, 2006). يستخلص أن تحليل مغلف البيانات هو منهجية كمية مبنية على أساس البرمجة الخطية وتستعمل من أجل دراسة الأداء المقارن بين وحدات الإنتاج التي تستعمل في إنتاجها مجموعة من المدخلات للحصول على مجموعة من المخرجات.

تقوم نماذج تحليل مغلف البيانات التقليدية والمتمثلة أساسا في نموذجي CCR (1978) (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978) و BCC (1984) (Banker, Charnes, & Cooper, 1984) على مجموعة من الفرضيات الضمنية. حيث في حالات معينة، يحدث وأن لا تتحقق كل الفرضيات في آن واحد، وبالتالي يتعذر تطبيقها على النحو الذي ظهرت من أجله. ومن اجل تجاوز هذا القصور، تم تطوير العديد من النماذج وذلك بحسب الإشكال المطروح.

من بين هذه الفرضيات نجد فرضية التعبير عن المدخلات والمخرجات بشكل رقمي يعكس مقدار كل واحد منها. والإخلال بهذه الفرضية أو تعذر تطبيقها سمح بتطوير نموذج جديد من نماذج تحليل مغلف البيانات، يندرج تحت مسمى تحليل مغلف البيانات ببيانات نوعية. في

بادئ الأمر طوّر هذا النوع من النماذج سنة 1993 من قبل Cook وآخرين من أجل الإدراج الصحيح للبيانات النوعية (Cook, Kress, & Seiford, 1993)، وفي وقت لاحق تم اقتراح العديد من المقاربات من أجل التعامل مع هذا الصنف من البيانات أو حتى مع بيانات أخرى كبيانات الفترات وبيانات نسب مئوية وبيانات ضبابية (fuzzy data) إلى غير ذلك من البيانات. تهدف هذه الورقة إلى استعراض أهم نماذج تحليل مغلف البيانات التي تتعامل مع البيانات بأنواعها، سواء كانت دقيقة، غير دقيقة، و نوعية، من خلال استعراضها ضمن مجموعة من المقاربات.

ما تبقى من هذه الورقة قسم على النحو الآتي ذكره. القسم اللاحق يستعرض تحليل مغلف البيانات التقليدي. ويخصص القسم الثالث لتقديم نظرة عامة حول تحليل مغلف البيانات الذي يأخذ بعين الاعتبار البيانات النوعية في حساب الكفاءة. أما القسم الرابع فيستعرض مجموعة من النماذج المصنفة ضمن مجموعة من المقاربات. وفي الأخير خاتمة توضح أهم ما جاءت به الورقة البحثية.

1- تحليل مغلف البيانات التقليدي

في الأصل، يعتبر منهج تحليل مغلف البيانات في قياس كفاءة الوحدات الإنتاجية كتعميم للأسلوب الذي استعمله Farrell (1956) لقياس الكفاءة والمبني على حدود الكفاءة في ظل وجود مدخل واحد ومخرج واحد. وباستخدام تقنية البرمجة الخطية تمكن Cooper وزملائه (1978) من تعميم الأسلوب ليصبح قابل للتطبيق حتى وإن تعددت المدخلات والمخرجات. وبحسب Farrell، تظهر الكفاءة مقدرة الوحدة الإنتاجية في الحصول على أكبر قدر من المخرجات باستعمال كمية محددة من المدخلات، ويشار إلى هذا المفهوم بالتوجه المخرجاتي في تحقيق الكفاءة، أو القدرة في تخفيض استعمال المدخلات في العملية الإنتاجية للحصول على مستوى معين من المخرجات، ويشار إلى الأسلوب الثاني بالتوجه المدخلاتي (Daraio & Simar, 2007).

وللتعبير عن النموذج في صيغة رياضية، يفترض وجود n من الوحدات الإنتاجية التي تستعمل m من المدخلات يعبر عنها بـ $x_{ij}(i = 1,2, \dots, m)$ من اجل الحصول على s من المخرجات يعبر عنها بـ $y_{rj}(r = 1,2, \dots, s)$. الجدول رقم (1) يبين مختلف الصيغ التي يمكن أن يأخذها نموذج CCR التقليدي.

جدول رقم (1): الصيغ الرياضية لنموذج CCR

توجه / صيغة	التغليف	الأوزان
المدخلي	$= \text{Min } \theta_o \theta_o^*$ Subject to : $\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j \le \theta x_{io} \quad i = 1,2,\dots,m$ $\ge y_{ro} \quad r = 1,2,\dots,s \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j$ $\lambda_j \ge 0 \quad j = 1,2,\dots,n$	$\text{Max } \theta_o (U,V) = \sum_{r=1}^{s} U_r Y_{ro}$ Subject to : $= 1 \sum_{i=1}^{m} V_i X_{io}$ $\le \sum_{i=1}^{m} V_i X_{ij} \sum_{r=1}^{s} U_r Y_{rj}$ $U_r \ge 0, V_i \ge 0 \;\; for\ all\ r\ and\ i$
المخرجي	$\text{Max } ø ø_o^* =$ subject to $\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j \le x_{io} \quad i = 1,2,\dots,m$ $\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j \ge ø_o y_{ro} \quad r = 1,2,\dots,s$ $\lambda_j \ge 0 \quad j = 1,2,\dots,n$	$\text{Min } \theta_o (U,V) = \sum_{i=1}^{m} V_i X_{io}$ Subject to : $= 1 \sum_{r=1}^{s} U_r Y_{ro}$ $\le \sum_{i=1}^{m} V_i X_{ij} \sum_{r=1}^{s} U_r Y_{rj}$ $U_r \ge 0, V_i \ge 0 \;\; for\ all\ r\ and\ i$

Source: (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011)

باستخدام نموذج CCR يمكن حساب الكفاءة بالتوجه المدخلاتي أو التوجه المخرجاتي. ينصح باستخدام التوجه الأول إذا كان بوسع الوحدة الإنتاجية التحكم أكثر في مدخلاتها، وإن لم تكن قادرة على ذلك، ولها القدرة في التحكم أكثر في مخرجاتها، فمن المستحسن لها انتهاج التوجه المخرجاتي. من الجدول نلاحظ أن كل توجه يقابله نموذجين، الأول يسمى بنموذج التغليف والثاني يسمى بنموذج الأوزان. إذا اعتبرنا الأول هو الصيغة الأصلية فالثاني ما هو إلا نموذج ثنائي يستخرج باستخدام نظرية الثنائية المتداولة في حقل بحوث العمليات. والصيغ الأربع تعطي نفس قيمة الكفاءة عند التطبيق.

2- نظرة عامة حول نماذج البيانات النوعية

نموذج تحليل مغلف البيانات CCR لـ Cooper وزملائه (1978) ونموذج تحليل مغلف البيانات BCC لـ Banker وزملائه (1984) هما نموذجان لقياس الكفاءة النسبية للوحدات الانتاجية التي تستعمل مدخلات متعددة للحصول على مخرجات متعددة. يفترض النموذجين السابقين أن تكون البيانات المستعملة للدلالة على المدخلات والمخرجات في شكل كمي، أي أن كل مدخل وكل مخرج يعبر عنه بعدد يعكس قيمته الفعلية، استنادا إلى وحدة قياس معينة. في بعض الحالات يتعذر تحقق هذا الافتراض وتظهر بعض العوامل الكيفية (النوعية)، سواء كانت مدخلات أو مخرجات، التي لا يمكن غض النظر عنها. تتمثل البيانات النوعية في بيانات غير رقمية (ملاحظات أو أحكام) كالأحكام : قوي، متوسط، ضعيف. أو بيانات رقمية ذات دلالة ترتيبية، هذا الترتيب قد ينتج عن ترتيب كل العناصر ترتيب تصاعدي أو ترتيب تنازلي من أول عنصر إلى آخر عنصر، أو تقييم العناصر على ضوء سلم معين كسلم ليكرت الخماسي مثلا (Cook, Kress, & Seiford, 1993).

إن التعبير عن مدخلات أو مخرجات نوعية بشكل ترتيبي أمر مهم في عملية قياس الكفاءة، لكن لا يمكن استخدام البيانات الترتيبية بشكل مباشر عند استعمال نموذج تحليل مغلف البيانات، لأنه قي يعطي نتائج متحيزة فيما يخص كفاءة الوحدات الانتاجية، وبالخصوص إذا كان هناك مزيج بين نوعين من البيانات، أي أن هناك مدخلات ومخرجات عددية ومدخلات ومخرجات نوعية. بالإضافة إلى ذلك هناك نوع آخر من البيانات يسمى بالبيانات غير الدقيقة أو غير المحددة ويعبر عنها بمجالات. إذا من الواضح جدا معالجة البيانات النوعية بأسلوب ملائم ضرورة لا يمكن الاستغناء عنها بغية الوصول إلى نتائج ذات مصداقية عالية.

المساهمات الأولى لمعالجة البيانات النوعية عند تقييم كفاءة الوحدات الانتاجية كانت مع Cook وزميليه Kress و Seiford (1993) أين حاولوا إدراج مدخل واحد فقط، يأخذ قيم ترتيبية حددت على مقياس رباعي، ضمن نموذج تحليل مغلف البيانات CCR لقياس كفاءة

31 نظام آلي معتمدين على أربع مدخلات وثلاث مخرجات. وفي وقت لاحق (1996)، حاولت نفس المجموعة من الباحثين تعميم النموذج السابق ليعم مزيج من البيانات الكمية والبيانات النوعية (Cook, Kress, & Seiford, 1996).

من بين الدراسات المهمة والحديثة التي تناولت مسألة البيانات النوعية، دراسة Cook و Zhu (2006)، حيث اقترحا إطارا عاما لمعالجة البيانات الترتيبية من خلال استعراض حالتين. الحالة الأولى متعلقة باختيار مشروع البحث والتطوير باستخدام بيانات ترتيبية لثلاث مدخلات وثلاث مخرجات، كلها رتبت على أساس سلم خماسي. والثانية تدرس حالة 33 مكتب كوري لخدمات الهاتف التي استعرضها من قبل Kim وزملائه (1999)، حيث يستعمل كل مكتب ثلاث مدخلات عددية و ينتج خمس مخرجات، الثلاثة الأولى منهم عددية والرابع مرتب ترتيب كلي من واحد إلى غاية 33، والخامس مرتب حسب سلم ليكرت الخماسي (Cook & Zhu, 2006).

بالإضافة إلى الدراسات السابقة، هناك دراسات أخرى حديثة تحاول معالجة البيانات النوعية والبيانات التي تأخذ شكل نسبة، والبيانات المعبر عنها بمجالات. الأساس التي بنيت عليه هذه النماذج هو منهج منطق الغموض، أو كما يطلق عليه البعض تسمية المنطق الضبابي (الغامض) fuzzy logic. ومن بين هذه الدراسات تلك التي قام بها Kao و Lin (2011) بعنوان " العوامل الوصفية في تحليل مغلف البيانات: منهج الأعداد الغامضة "، وتم معاملة البيانات النوعية على اعتبارها أعداد غامضة fuzzy numbers (Kao & Lin, 2011).

لمعالجة المستويات (l) التي يمكن إسنادها إلى المتغيرات النوعية، هناك مقاربتين أساسيين في بادئ الأمر، الأولى تتمثل في نمذجة العلاقات الترتيبية بين قيم المتغير النوعي باستعمال القيود، والثانية هي استخدام الأعداد الثنائية. استعملت المقاربة الأول من طرف Cooper و زملائه (1999)، و Despotis و Smirlis (2002)، و Zhu (2003)، و Kao (2006). أما الثانية فتم انتهاجها من طرف Cook وزملائه (1993، 1996)، و

Cook و Zhu (2006) (Kao & Lin, 2011). بعد هاتين المقاربتين ظهرت مقاربات أخرى كمقاربة الكفاءة المحدودة ومقاربة تحليل مغلف البيانات العشوائي.

3 – بعض مقاربات تحليل مغلف البيانات مع البيانات النوعية والبيانات غير الدقيقة

فيما يلي استعراض لبعض المقاربات التي تتعامل مع البيانات النوعية وكذا البيانات غير الدقيقة عند استخدام نموذج تحليل مغلف البيانات في قياس الكفاءة أو الأداء للوحدات الإنتاجية.

3-1- مقاربة القيود الإضافية

هناك مجموعة من النماذج المختلفة، سنتطرق إلى ثلاثة منها لباحثين رائدين، لهم العديد من الأبحاث المتعلقة بأسلوب تحليل مغلف البيانات والمنشورة في مجلات متخصصة ومرموقة كالمجلة الأوروبية لبحوث العمليات (EJOR) .

3-1-1- مقاربة Cooper و زملائه (1999) لمعالجة بيانات الفترات وبيانات النسبة

يشترط نموذج CCR السابق عند حساب الكفاءة أن تكون بيانات المدخلات والمخرجات في شكل عددي يعكس مقدارها الحقيقي ومحددة بشكل دقيق. لنفترض الآن أن جزء من البيانات أو كل البيانات غير معرف بشكل دقيق، أي أنها معطاة في شكل مجالات أو في شكل رتب أو الاثنين معا. في هذه الحالة، يكون النموذج المناسب كما يأتي:

$$Max\ \theta = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}$$

Subject to :

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \geq 0 \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1$$

$$y_r = (y_{rj}) \in D_r^+ \qquad \forall r$$

$$x_i = (x_{ij}) \in D_i^- \qquad \forall i$$

$$u = (u_r) \in A^+$$

$$v = (v_i) \in A^-$$

ترمز D_r^+ الى مجموعة المخرجات غير المحددة بشكل دقيق، وترمز D_i^- إلى مجموعة المخرجات غير المحددة بشكل دقيق. ويرمز بـ u و v إلى أوزانهم على الترتيب.

●بيانات الفترات (المجالات)

يعبر عن هذا النوع من البيانات كما يأتي : $\underline{y}_{rj} \leq y_{rj} \leq \overline{y}_{rj}$ ، $\underline{x}_{ij} \leq x_{ij} \leq \overline{x}_{ij}$

ويقصد بـ $\underline{x}_{ij}$ و $\overline{x}_{ij}$ القيمة السفلى والقيمة العليا على الترتيب التي يمكن أن يأخذها المدخل x_{ij}.و نفس الكلام يقال عن المخرج y_{rj}.

●البيانات الترتيبية

وترتب ترتيب تصاعدي، ويعبر عنها بالقيود الآتية:

$$y_{r1} \leq y_{r2} \leq \cdots \leq y_{rk} \leq \cdots \leq y_{rn} \quad ,(y_{rj} \in D_r^+)$$

$$x_{i1} \leq x_{i2} \leq \cdots \leq x_{ik} \leq \cdots \leq x_{im}, \ (x_{ij} \in D_i^-)$$

بما أن البيانات غير الدقيقة تعرف باستخدام القيود كما هو موضح في بيانات الفترات والبيانات الترتيبية، فهي إذا بمثابة متغيرات القرار، وكنتيجة لذلك يصبح النموذج السابق نموذجا غير خطي (Zhu, 2014). لحساب الكفاءة وفقا لهذا النموذج يجب تحويله إلى صيغة خطية مكافئة. وتتم عملية التحول هذه من خلال خطوتين أساسيتين هما:

الخطوة الأولى: يتم فيها تحويل مقاييس البيانات والمتغيرات.

الخطوة الثانية: تعديل المتغير من خلال إدخال متغيرات جديدة.

لتوضيح هذه الفكرة، نفترض وجود خمس وحدات إنتاجية تستعمل مدخلين، احدهما التكلفة وهو عددي و الآخر حكم وهو ترتيبي، كما تنتج مخرجين، الأول الدخل وهو عددي والثاني الرضا ويعبر عنه بفترات. والجدول الموالي يلخص البيانات الخاصة بهم.

الجدول رقم (2): البيانات الدقيقة و غير الدقيقة

الوحدات الانتاجية	المخرجات		المدخلات	
	الدخل (دقيق) y_{1j}	الرضا (ترتيبي) y_{2j}	التكلفة (دقيق) x_{1j}	الحكم (فترة) x_{2j}
1	2000	4	100	[0.6,0.7]
2	1000	2	150	[0.8,0.9]
3	1200	5	150	1
4	900	1	200	[0.7,0.8]
5	600	3	200	1

Source: (Cooper, Park, & Yu, 1999)

النموذج المناسب لهذه الحالة يعطى بهذا الشكل:

$$Max\ \theta_o = y_{11}u_1 + y_{21}u_2$$

Subject to

$$y_{1j}u_1 + y_{2j}u_2 - x_{1j}v_1 - x_{2j}v_2 \leq 0\ , \quad j = 1, \dots, 5$$

$$x_{11}v_1 + x_{21}v_2 = 1$$

$$Exact:\ D_1^+ = \{y_{11} = 2000;\ y_{12} = 1000; \dots;\ y_{15} = 600\}$$

$$Ordinal:\ D_2^+ = \{y_{23} \geq y_{21} \geq y_{25} \geq y_{22} \geq y_{24}\}$$

$$Exact:\ D_1^- = \{x_{11} = 100;\ x_{12} = 150; \dots;\ x_{15} = 200\}$$

$$Bound:\ D_2^- = \{0.6 \leq x_{21} \leq 0.7;\ 0.8 \leq x_{22} \leq 0.9; \dots;\ x_{25} = 1\}$$

$$u_1, u_2, v_1, v_2 \geq \varepsilon$$

يلاحظ أن عناصر المجموعة D_2^+ والمجموعة D_2^- أغلبها غير معلوم، وبالتالي فهي بمثابة متغيرات قرار يجب أن تحدد قيمها، وهذا ما يجعل النموذج ذو طبيعة غير خطية. لتحويله إلى صيغة خطية يجب أولا تحويل البيانات إلى مقاييس جديدة وثانيا تحويل المتغيرات. العمليات القادم شرحها توضح كيفية الانتقال من النموذج غير الخطي إلى النموذج الخطي المكافئ.

يمكن التعبير عن الخطوة الأولى بهذه الصيغة:

$$\varphi(y_{rj}) = {y_{rj}}/{max_j\{y_{rj}\}} = \hat{y}_{rj} \qquad for\ each\ r$$

$$\varphi(x_{rj}) = {x_{ij}}/{max_j\{x_{ij}\}} = \hat{x}_{ij} \qquad for\ each\ i$$

هذا التحويل يحافظ على نفس الترتيب السابق، وفضلا عن ذلك كل الوحدات تقارن بالواحد الذي هو اكبر عنصر في كل عمود. الجدول الموالي يلخص البيانات المعدلة:

الجدول رقم (3): البيانات المحولة (المعدلة)

المدخلات		المخرجات		الوحدات الانتاجية
$\hat{x}_{2j}$	$\hat{x}_{1j}$	$\hat{y}_{2j}$	$\hat{y}_{1j}$	
[0.6,0.7]	0.50	$\hat{y}_{21} \leq \hat{y}_{23}$	1	1
[0.8,0.9]	0.75	$\hat{y}_{22} \leq \hat{y}_{25}$	0.50	2
1	0.75	$\hat{y}_{23} = 1$	0.60	3
[0.7,0.8]	1	$\hat{y}_{24} \leq \hat{y}_{22}$	0.45	4
1	1	$\hat{y}_{25} \leq \hat{y}_{21}$	0.30	5

Source: (Cooper, Park, & Yu, 1999)

النموذج الموافق للبيانات المحولة يكتب على هذا النحو:

$$Max\ \theta_o = \hat{y}_{11}u_1 + \hat{y}_{21}u_2$$

Subject to

$$\hat{y}_{1j}u_1 + \hat{y}_{2j}u_2 - \hat{x}_{1j}v_1 - \hat{x}_{2j}v_2 \leq 0, \quad j = 1, \dots, 5$$

$$\hat{x}_{11}v_1 + \hat{x}_{21}v_2 = 1$$

$$\widehat{D}_1^+ = \{\hat{y}_{11} = 1;\ \hat{y}_{12} = 0.5;\ \hat{y}_{13} = 0.6;\ \hat{y}_{14} = 0.45;\ \hat{y}_{15} = 0.3\}$$

$$\widehat{D}_2^+ = \{\hat{y}_{21} \leq \hat{y}_{23};\ \hat{y}_{22} \leq \hat{y}_{25};\hat{y}_{23} = 1;\ \hat{y}_{24} \leq \hat{y}_{22};\ \hat{y}_{25} \leq \hat{y}_{21}\ \}$$

$$\widehat{D}_1^- = \{\hat{x}_{11} = 0.5;\ \hat{x}_{12} = 0.75;\ \hat{x}_{13} = 0.75;\hat{x}_{14} = 1\ \hat{x}_{15} = 1\}$$

$$\widehat{D}_2^- = \{0.6 \leq \hat{x}_{21} \leq 0.7;\ 0.8 \leq \hat{x}_{22} \leq 0.9;\hat{x}_{23} = 1;\ 0.7 \leq \hat{x}_{24} \leq 0.8;\ \hat{x}_{25} = 1\}$$

$$u_1, u_2, v_1, v_2\ \geq \varepsilon$$

عملية تحويل المقاييس تسمح بالحصول على قيمة الواحد في كل عمود من أعمدة الجدول رقم (7). المتغيرات المعنية هي:

$$\hat{y}_{11} = 1;\ \hat{x}_{14} = \hat{y}_{15} = 1;\ \hat{y}_{23} = 1;\ \hat{x}_{23} = \hat{x}_{25} = 1$$

بعد تحويل البيانات يتم الانتقال إلى الخطوة الموالية والمتمثلة في إدخال متغيرات جديدة على هذا النحو (Cooper, Park, & Yu, 2001):

$$Y_{rj} = \hat{y}_{rj}u_r\ ;\ X_{ij} = \hat{x}_{ij}v_i \qquad for\ all\ r, i\ and\ j$$

يسمح هذا التحويل بتعويض العلاقات غير الخطية التي ظهرت في النموذج السابق بعلاقات خطية.

$$Y_{11} = \hat{y}_{11}u_1 = u_1\ ;\quad X_{14} = \hat{x}_{14}v_1 = \hat{x}_{15}v_1 = \quad X_{15} = v_1$$
$$Y_{23} = \hat{y}_{23}u_2 = u_2\ ;\quad X_{23} = \hat{x}_{23}v_2 = \hat{x}_{25}v_2 = \quad X_{25} = v_2$$

من هذا التحويل يمكن إيجاد العلاقات التالية:

$$\hat{y}_{1j} = Y_{1j}/Y_{11} \quad with\ Y_{11} = u_1 \quad \forall j$$
$$\hat{y}_{2j} = Y_{2j}/Y_{23} \quad with\ Y_{23} = u_2 \quad \forall j$$
$$\hat{x}_{1j} = X_{1j}/X_{14} \quad with\ X_{14} = v_1 \quad \forall j$$
$$\hat{x}_{2j} = X_{2j}/X_{23} \quad with\ X_{23} = v_2 \quad \forall j$$

تستعمل المعادلات الأربعة الأخيرة في معالجة البيانات الترتيبية وبيانات الفترات (المجال) التي تحتويها المجموعات $\widetilde{D}_r^+$ و $\widetilde{D}_i^-$ أين سيتم تعويض $\hat{y}_{rj}$ و $\hat{x}_{ij}$ بالمتغيرات الجديدة Y_{rj} و X_{ij}. إذا يعطى النموذج الخطي المكافئ للنموذج غير الخطي بالصيغة التالية:

$$Max\ \theta_o = Y_{11} + Y_{12}$$

Subject to

$$Y_{1j} + Y_{2j} - X_{1j} - X_{2j} \leq 0 \qquad j = 1, \dots, 5$$
$$X_{11} + X_{21} = 1$$
$$B_1^+ = \{Y_{12} = 0.5Y_{11};\ Y_{13} = 0.6Y_{11}; Y_{14} = 0.45Y_{11};\ Y_{15} = 0.3Y_{11}\}$$
$$B_2^+ = \{Y_{24} \leq Y_{22} \leq Y_{25} \leq Y_{21} \leq Y_{23}\}$$
$$B_1^- = \{X_{11} = 0.5X_{14};\ X_{12} = 0.75X_{14}; X_{13} = 0.75X_{12};\ X_{15} = X_{14}\}$$
$$B_2^- = \begin{Bmatrix} 0.6X_{23} \leq X_{21} \leq 0.7X_{23};\ 0.8X_{23} \leq X_{22} \leq 0.9X_{23}; \\ 0.7X_{23} \leq X_{24} \leq 0.8X_{23};\ X_{25} = X_{23} \end{Bmatrix}$$
$$Y_{11}, Y_{23}, X_{14}, X_{23} \geq \epsilon$$

النموذج المتوصل إليه هو نموذج خطي يمكن حله بسهولة باستعمال برمجية من برمجيات البرمجة الخطية.

باختصار، تتمثل منهجية Cooper و زملائه (1999) في تحويل كل البيانات إلى سلم موحد حيث يضمن ظهور قيمة الواحد الصحيح في كل عمود كأكبر قيمة، من بعد ذلك يتم تحويل العلاقات غير خطية إلى علاقات خطية باستعمال التحويل المناسب للمتغير، وهذا الإجراء يسمح بالحصول على الصيغة الخطية لحساب الكفاءة (Cooper, Park, & Yu, 1999). وبصيغة عامة يعطى النموذج بهذه الصيغة (Zhu, 2003):

$$Max\ \theta_o = \textstyle\sum_r Y_{ro}$$

ST

$$\sum_r Y_{rj} - \sum_i X_{ij} \le 0 \quad \forall j$$
$$\sum_i X_{io} = 1$$
$$(X_{ij}) \in H_i^- \quad \forall i$$
$$(Y_{rj}) \in H_r^+ \quad \forall i$$
$$X_{ij}, Y_{rj} \ge \epsilon \quad \forall i, r$$

Where :

$$X_{ij} = \hat{x}_{ij}\hat{v}_i;\ Y_{rj} = \hat{y}_{rj}\hat{u}_r$$
$$\hat{v}_i = v_i \max_j\{x_{ij}\}, \hat{u}_r = u_r \max_j\{y_{rj}\}$$
$$\hat{x}_{ij} = x_{ij}/\max_j\{x_{ij}\}, \hat{y}_{rj} = y_{rj}/\max_j\{y_{rj}\}$$

3-1-2- مقاربة Zhu (2003) لبيانات الفترات

لاحظ Zhu أن نموذج Cooper وزملائه (1999) هو نموذج مبني على مجموعة من العمليات المعقدة نوعا ما والمتمثلة في تعديل البيانات ثم إجراء تحويل المتغير، ولتفادي هذه العمليات و التقليل منها اقترح نموذج تحليل مغلف البيانات في حالة وجود بيانات الفترات بالإضافة إلى البيانات الدقيقة ويتميز بالبساطة والاستخدام المباشر للنموذج الكلاسيكي.

إذا كان هناك بيانات دقيقة وأخرى في شكل فترات (مجالات) معبر عنها كما يلي:

$$\underline{x}_{ij} \le x_{ij} \le \overline{x}_{ij},\ \underline{y}_{rj} \le y_{rj} \le \overline{y}_{rj}$$

لتقييم كفاءة وحدة اتخاذ القرار (o) تستعمل البيانات التالية:

$$x_{io} = \underline{x}_{io},\ \ y_{ro} = \overline{y}_{ro}$$

ولباقي الوحدات تستعمل البيانات التالية:

$$x_{ij} = \overline{x}_{ij},\ \ y_{rj} = \underline{y}_{rj},\ \ j \ne o$$

مضمون هذه الطريقة هو استخدام الحد الأدنى للمدخلات والحد الأقصى للمخرجات للتعبير عن بيانات الوحدة الخاضعة للتقييم، واستخدام الحد الأقصى للمدخلات والحد الأدنى للمخرجات للتعبير عن بيانات الوحدات الأخرى. وبهذا الأسلوب تصبح كل البيانات دقيقة، ويصير نموذج تقييم الكفاءة نموذجا خطيا (Chen, 2007).

يأخذ هذا النموذج الصيغة الخطية التالية (Zhu, Efficiency evaluation with strong ordinal input and output measures, 2003):

$$Max\ \theta_o = \sum_{r\in BO}\overline{y}_{ro}u_{ro} + \sum_{r\notin BO} y_{ro}u_{ro}$$

ST

$$\sum_{r\in BO}\underline{y}_{rj}u_r + \sum_{r\notin BO}y_{rj}u_r - \sum_{i\in BI}\overline{x}_{ij}v_i - \sum_{i\notin BI}x_{ij}v_i \leq 0$$

$$\sum_{r\in BO}\overline{y}_{ro}u_r + \sum_{r\notin BO}y_{ro}u_r - \sum_{i\in BI}\underline{x}_{io}v_i - \sum_{i\notin BI}x_{io}v_i \leq 0$$

$$\sum_{i\in BI}\underline{x}_{io}v_i + \sum_{i\notin BI}x_{ij}v_i = 1$$

$$x_{ij}, y_{rj} \geq 0\ \forall i, r$$

بما أن البرنامج السابق هو خطي، فيمكن إيجاد له برنامج ثنائي، الصيغة الرياضية له تكون على هذا النحو (Zhu, 2004):

$$\theta^* = Min\,\theta$$

$$\sum_{j\neq o}\lambda_j\overline{x}_{ij} + \lambda_o x_{io} \leq \theta_o\underline{x}_{io} \qquad i\in BI$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} \leq \theta_o x_{io} \qquad i\notin BI$$

$$\sum_{j\neq o}\lambda_j\underline{y}_{rj} + \lambda_o\overline{y}_{ro} \geq \overline{y}_{ro} \qquad r\in BO$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \qquad r\notin BO$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

تعد البيانات $y_{rj}(r\notin BO)$ و $x_{ij}(i\notin BI)$ بيانات دقيقة بطبيعتها (Zhu, Efficiency evaluation with strong ordinal input and output measures, 2003).

3-1-3- مقاربة Despotis و Smirlis (2002) لبيانات الفترات

طور Despotis و Smirlis (2002) نموذجا لتقييم كفاءة الوحدات الانتاجية الذي يسمح بالتعامل مع مزيج من البيانات الدقيقة والبيانات الترتيبية وبيانات الفترات (المجالات). يسمح هذا النموذج بتحويل البرنامج غير الخطي إلى نموذجا خطيا من خلال إجراء تعديل حول المتغيرات بطريقة تختلف عن تلك التي اقترحها Cooper وزملائه (1999)، وفضلا عن ذلك، يطبق تحويل المتغير مباشرة على البيانات الأصلية دون الحاجة إلى تعديلها (تحويل السلم أو المقياس). سيتم في بادئ الأمر عرض نموذج يتعامل فقط مع بيانات الفترات و بيانات الدقيقة، ولاحقا عرض النموذج العام.

يفترض هناك n وحدة اتخاذ قرار التي تستعمل m مدخل للحصول على s مخرج. ويفترض كذلك أن تكون بيانات المدخلات والمخرجات بيانات الفترات ويعبر عنها رياضيا بهذه الكيفية:

$$\underline{x}_{ij} \leq x_{ij} \leq \overline{x}_{ij},\ \underline{y}_{rj} \leq y_{rj} \leq \overline{y}_{rj}$$

حيث تعبر القيم السفلى والقيم العليا عن ثوابت معلومة و موجبة. تعرف المتغيرات الجديدة التي تحل مكان بيانات الفترات على هذا النحو:

$$x_{ij} = \underline{x}_{ij} + s_{ij}\left(\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}\right) \quad i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,2,\dots,n \text{ with } 0 \leq s_{ij} \leq 1$$

$$y_{rj} = \underline{y}_{rj} + t_{rj}\left(\overline{y}_{rj} - \underline{y}_{rj}\right) \quad r = 1,2,\dots,s,\ j = 1,2,\dots,n \text{ with } 0 \leq t_{rj} \leq 1$$

التحويل السابق يسمح بتعويض المتغيرات x_{ij} و y_{rj} بالمتغيرات s_{ij} و t_{rj} ، وهذا من شانه أن يبقي النموذج في الصورة غير الخطية، وللوصول إلى الصورة الخطية يتم تحويل المتغيرات بهذه الكيفية:

$$q_{ij} = v_i s_{ij}$$

$$p_{rj} = u_r t_{rj}$$

باستعمال هذا التحويل يمكن إعادة كتابة المدخلات الموزونة والمخرجات الموزونة كما يلي:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} v_i\left[\underline{x}_{ij} + s_{ij}\left(\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}\right)\right] = \sum_{i=1}^{m} v_i \underline{x}_{ij} + v_i s_{ij}\left(\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}\right)$$
$$= \sum_{i=1}^{m} v_i \underline{x}_{ij} + q_{ij}\left(\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}\right),\ 0 \leq q_{ij} \leq v_i, \left(s_{ij} = \frac{q_{ij}}{v_i}\right)$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} =$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r\left[\underline{y}_{rj} + t_{rj}\left(\overline{y}_{rj} - \underline{y}_{rj}\right)\right] = \sum_{r=1}^{s} u_r \underline{y}_{rj} + u_r t_{rj}\left(\overline{y}_{rj} - \underline{y}_{rj}\right)$$
$$= \sum_{r=1}^{s} u_r \underline{y}_{rj} + p_{rj}\left(\overline{y}_{rj} - \underline{y}_{rj}\right), 0 \leq p_{rj} \leq u_r, \left(s_{ij} = \frac{p_{rj}}{u_r}\right)$$

بإحلال ما تساويه المدخلات الموزونة و المخرجات الموزونة في نموذج العوائد الثابتة CCR، يتم الوصول إلى هذا النموذج (Despotis & Smirlis, 2002):

$$Max\ \theta_o = \sum_{r=1}^{s} u_r \underline{y}_{ro} + p_{ro}\left(\overline{y}_{ro} - \underline{y}_{ro}\right)$$

ST

$$\sum_{i=1}^{m} v_i \underline{x}_{io} + q_{io}\left(\overline{x}_{io} - \underline{x}_{io}\right) = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r \underline{y}_{rj} + p_{rj}\left(\overline{y}_{rj} - \underline{y}_{rj}\right) - \sum_{i=1}^{m} v_i \underline{x}_{ij} + q_{ij}\left(\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}\right) \leq 0$$

$$p_{rj} - u_r \leq 0$$

$$q_{ij} - v_i \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad \forall r, i$$

$$p_{rj}, q_{ij} \geq 0 \quad \forall r, i, j$$

يتضح من النموذج انه في حالة تساوي الحد الأعلى والحد الأدنى لكل مدخل ولكل مخرج $\left(\bar{y}_{rj} = \underline{y}_{rj}, \bar{x}_{io} = \underline{x}_{io}\right)$ فتصبح أطوال الفترات (المدى) معدومة وكنتيجة لذلك تنعدم نواتجها ويصبح عندئذ النموذج السابق هو نفسه نموذج العوائد الثابتة CCR (1978). إذا يستخلص أن نموذج العوائد الثابتة هو حالة خاصة لهذا النموذج.

النموذج السابق هو نموذج لمعالجة البيانات التي تظهر على شكل فترات بالإضافة إلى البيانات الدقيقة. سيتم في المرحلة الموالية عرض للنموذج العام الذي يسمح بمعالجة مزيج من البيانات التي تظهر في شكل فترات وبيانات ترتيبية وبيانات دقيقة. لصياغة النموذج العام، يجرى الترميز الآتي من اجل التمييز بين مدخلات ومخرجات البيانات العددية (فترات أو دقيقة) والبيانات الترتيبية:

$I = \{1,2, \dots, m\}$: هي مجموعة أدلة المدخلات.

$R = \{1,2, \dots, s\}$: هي مجموعة أدلة المخرجات.

C^I : المجموعة الجزئية من الأدلة للمدخلات العددية $(C^I \subseteq I)$.

O^I : المجموعة الجزئية من الأدلة للمدخلات الترتيبية $(O^I \subseteq I, C^I \cup O^I = I)$.

C^R : المجموعة الجزئية من الأدلة للمخرجات العددية $(C^R \subseteq R)$.

O^R : المجموعة الجزئية من الأدلة للمخرجات الترتيبية $(O^R \subseteq R, C^R \cup O^R = R)$.

الصيغة الرياضية لنموذج Despotis و Smirlis الذي يتعامل مع المتغيرات العددية والمتغيرات التصنيفية يعطى على هذا النحو (Despotis & Smirlis, 2002):

$$Max\ \theta_o = \textstyle\sum_{r\in C^R} u_r \underline{y}_{ro} + p_{ro}\left(\bar{y}_{ro} - \underline{y}_{ro}\right) + \sum_{r\in O^R} p_{ro}$$

ST

$$\textstyle\sum_{i\in C^I} v_i \underline{x}_{io} + q_{io}\left(\bar{x}_{io} - \underline{x}_{io}\right) + \sum_{i\in O^I} q_{io} = 1$$

$$\textstyle\sum_{r\in C^R} u_r \underline{y}_{rj} + p_{rj}\left(\bar{y}_{rj} - \underline{y}_{rj}\right) + \sum_{r\in O^R} p_{rj} - \sum_{i\in C^I} v_i \underline{x}_{ij} + q_{ij}\left(\bar{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}\right) - \sum_{i\in O^I} q_{ij} \le 0 \qquad j = 1, \dots, n$$

$$p_{rj} - u_r \le 0, \quad r \in C^R$$
$$q_{ij} - v_i \le 0, \quad i \in C^I$$
$$u_r, v_i \ge \varepsilon \quad \forall r, i$$

$p_{rj}, q_{ij} \geq 0 \quad \forall r, i, j$

Ordinal relations among $\{p_{rj}, j = 1,2, \dots n\}, \quad r \in O^R$

Ordinal relations among $\{q_{ij}, j = 1,2, \dots n\}, \quad i \in O^I$

لمعالجة قيود المدخلات والمخرجات الترتيبية، يجب أولا ترتيب كل مدخل وكل مخرج منهم ترتيب تنازلي أو تصاعدي ثم يؤخذ كل عنصرين متتابعين ويكتبا على هذا الشكل: $p_{rk} - p_{rl} \geq \varepsilon$ ، حيث ترتب الوحدة k في مستوى أعلى من الوحدة l، وفي حالة تساوي الوحدتين يكتب القيد بهذا الاسلوب: $p_{rk} - p_{rl} = \varepsilon$ (Despotis و Smirlis، 2002).

عند ترتيب البيانات الترتيبية دائما يستخرج $(n-1)$ قيد لكل مدخل ولكل مخرج. إن نموذج تحليل مغلف البيانات الذي جاء به Despotis و Smirlis (2002) والذي يعالج بيانات الفترات هو نموذج يفترض أن الوحدات الانتاجية تنشط في ظل عوائد حجم ثابتة، وفي حالة كون الوحدات تنشط في ظل عوائد حجم تتصف بالتغير فان النموذج المستعمل لقياس الكفاءة في حالة بيانات الفترات يأخذ هذه الصيغة (Smirlis, Maragos, & Dimitris, 2006):

$$Min\ \theta_o = \sum_{i=1}^{m} v_r \underline{x}_{io} + q_{io}\left(\overline{x}_{io} - \underline{x}_{io}\right) - w_o$$

ST

$$\sum_{r=1}^{s} u_i \underline{y}_{ro} + p_{ro}\left(\overline{y}_{ro} - \underline{y}_{ro}\right) = 1$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i \underline{x}_{ij} + q_{ij}\left(\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}\right) - \sum_{r=1}^{s} u_r \underline{y}_{rj} + p_{rj}\left(\overline{y}_{rj} - \underline{y}_{rj}\right) - w_o \geq 0$$

$$p_{rj} - u_r \leq 0$$

$$q_{ij} - v_i \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad \forall r, i$$

$$p_{rj}, q_{ij} \geq 0 \quad \forall r, i, j$$

$$w_o\ free\ in\ sign$$

يلاحظ أن هذا النموذج يحسب الكفاءة في حالة توجه المخرجات، أما النموذج السابق فهو لحساب الكفاءة بتوجه المدخلات.

3-2- مقاربة الأعداد الثنائية لـ Cook و Zhu (2006)

تعد النماذج الثلاثة التي تم استعراضها سابقا (Cooper و زملائه (1999)، و Despotis و Smirlis (2002)، و Zhu (2003)) لمعالجة حالة البيانات غير الدقيقة

(ترتيبية أو مجالات) نماذجا تعالج البيانات غير الدقيقة بأسلوب قيود إضافية تتعلق بها، سيتم الآن عرض نموذج يعالج هذه البيانات بأسلوب يختلف عن الأساليب السابقة، ويتمثل هذا الأسلوب في التعبير عن البيانات النوعية باستخدام الأعداد الثنائية المعبر عنها بصفر و واحد.

لصياغة النموذج الرياضي، يفترض وجود n $(j = 1, 2, \dots, n)$ من الوحدات الانتاجية التي يراد تقييمها، وان هناك R_1 من المخرجات العددية و R_2 من المخرجات الترتيبية و I_1 من المدخلات العددية و I_2 من المدخلات الترتيبية. ويعبر عن المخرجات العددية و المخرجات الترتيبية والمدخلات العددية والمدخلات الترتيبية باستخدام المتجهات على الترتيب $Y_j^1 = (y_{rj}^1)$ ،$Y_j^2 = (y_{rj}^2)$ ،$X_j^1 = (x_{ij}^1)$ ،$X_j^2 = (x_{ij}^2)$.

لتقييم كفاءة أي وحدة يستخدم النموذج الآتي:

$$Max\ \theta_o = u_o + \textstyle\sum_{r\in R^1} u_r^1 y_{ro}^1 + \sum_{r\in R^2} u_r^2 y_{ro}^2$$

ST

$$\textstyle\sum_{i\in I^1} v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{i\in I^2} v_i^2 x_{io}^2 = 1$$
$$u_o + \textstyle\sum_{r\in R^1} u_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r\in R^2} u_r^2 y_{rj}^2 - \sum_{i\in I^1} v_i^1 x_{ij}^1 - \sum_{i\in I^2} v_i^2 x_{ij}^2 \le 0$$
$$u_r^1, u_r^2, v_i^1, v_i^2 \ge \varepsilon\ \ all\ r, i$$

تعطى الصيغة الثنائية لهذا البرنامج على هذا النحو:

$$Min\ \theta - \varepsilon \textstyle\sum_{r\in R_1 \cup R_2} s_r^+ - \varepsilon \sum_{r\in I_1 \cup I_2} s_i^+$$

ST

$$\textstyle\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^1 - s_r^+ = y_{ro}^1, \qquad r \in R_1$$
$$\textstyle\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^2 - s_r^+ = y_{ro}^2, \qquad r \in R_2$$
$$\theta x_{io}^1 - \textstyle\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^1 - s_i^- = 0, \quad i \in I_1$$
$$\theta x_{io}^2 - \textstyle\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^2 - s_i^- = 0, \quad i \in I_2$$
$$\textstyle\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$
$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \ge 0, \quad all\ j, r, i$$
$$\theta\ free\ in\ sign$$

لوضع النموذج في إطاره العام، يفترض أن لكل متغير ترتيبي (سواء كان مدخل أو مخرج)، يسند للوحدة (j) قيمة ترتيبية (l). قد تختلف أعلى قيمة بين المتغيرات الترتيبية وذلك بحسب

المقياس المستخدم، لصياغة النموذج في إطاره العام يفترض أن مستويات (l) متماثلة لكل المتغيرات الترتيبية وهذا قصد تقليل الرموز المستخدمة في النموذج فحسب.

يعبر عن قيم مختلف الرتب التي يمكن أن يأخذها مخرج ترتيبي بـ $y_r^2(l), r \in R_2$، وكل مدخل بـ $x_i^2(l), i \in I_2$.

$$\gamma_{rj}(l) = \begin{cases} 1 \text{ if } DMU\ J \text{ is ranked in } l\text{th position on output } r \\ 0 \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\delta_{ij}(l) = \begin{cases} 1 \text{ if } DMU\ J \text{ is ranked in } l\text{th position on input } i \\ 0 \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y_{rj}^2 = y_r^2(l_{rj}) = \sum_{l=1}^{L} y_r^2(l)\gamma_{rj}(l)$$

حيث l_{rj} هي الرتبة التي تحتلها الوحدة j على المخرج r. في ظل هذه التحويلات يمكن إعادة كتابة النموذج السابق على هذا النحو:

$$Max\ \theta_o = u_o + \sum_{r\in R^1} u_r^1 y_{ro}^1 + \sum_{r\in R^2}\sum_{l=1}^{L} u_r^2 y_r^2(l)\gamma_{ro}(l)$$

ST

$$\sum_{i\in I^1} v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{i\in I^2}\sum_{l=1}^{L} v_i^2 x_i^2(l)\delta_{io}(l) = 1$$

$$u_o + \sum_{r\in R^1} u_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r\in R^2}\sum_{l=1}^{L} u_r^2 y_r^2(l)\gamma_{rj}(l) - \sum_{i\in I^1} v_i^1 x_{ij}^1 - \sum_{i\in I^2}\sum_{l=1}^{L} v_i^2 x_i^2(l)\delta_{ij}(l) \le 0, \quad all\ j$$

$$\left\{Y_r^2 = \left(y_r^2(l)\right), X_i^2 = \left(x_i^2(l)\right)\right\} \in \psi$$

$$u_r^1, v_i^1 \ge \varepsilon$$

يعد هذا النموذج نموذجا غير خطي، ولتحويله إلى صيغة خطية يجرى هذا التحويل (Cook و Zhu، 2006): $w_{rl}^1 = u_r^2 y_r^2(l)$ و $w_{il}^2 = v_i^2 x_i^2(l)$.[1]

3-3- مقاربة الكفاءة المحدودة

تعتمد هذه المقاربة في قياس الكفاءة على بيانات الفترات، وبما أن قياس الكفاءة يكون على أساس هذا النوع من البيانات، وعليه هي الأخرى (الكفاءة) يجب أن تكون في شكل فترة أو مجال Interval efficiency (Wang, Greatbanksa, & Yang, 2005)، (Kao, 2006, measures in data envelopment analysis with imprecise data). من ضمن الباحثين الذين اقترحوا نماذجا لهذه المقاربة Wang وآخرون (2005) و Kao

[1] Wade D. Cook , Joe Zhu, Rank order data in DEA: A general framework, Op. Cit, p. 1025-1027

(Hatami-Marbini, (2014) وآخرون Hatami-Marbini و (2006) (2015) وآخرون Khalili-Damghani و Emrouznejad, & Agrell, 2014) لتوضيح كيفية قياس .(Khalili-Damghani, Tavana, & Haji-Saami, 2015) الكفاءة وفقا لمقاربة الكفاءة المحدودة، سنستعرض نموذج Wang وآخرون (2005).

النقطة الاساسية التي انطلق منها Wang وآخرون (2005) مقاربة Despotis و Smirlis (2002) تعتمد في حسابها للكفاءة على مجموعة من حدود الانتاج، وفي الاصل يجب الاعتماد على حد واحد لتحديد أفضل الممارسات. ولتحقيق هذا المطلب اقترحوا استخدام نموذجين من نماذج البرمجة الخطية (Wang، Greatbanksa، و Yang، 2005).

وتعطى الصيبغة الرياضية لهذين النموذجين على هذا النحو:

$$\text{Max}\,\theta_{jo}^{U} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rjo}^{U}$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ijo}^{L} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^{U} \leq \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{L}$$

$$u \geq 0, v_i \geq \varepsilon \ \forall r,\ i$$

$$\text{Max}\,\theta_{jo}^{L} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rjo}^{L}$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ijo}^{U} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^{U} \leq \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{L}$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq \varepsilon \ \forall r,\ i$$

تعبر θ_{jo}^{U} و θ_{jo}^{L} عن الحد الادنى والحد الاقص على الترتيب لمجال كفاء الوحدة (o).

3-4- مقاربة تحليل مغلف البيانات العشوائي Kao و Liu (2009)

لاحظ Kao و Liu أن بعض الطرق التقليدية التي تعتمد في حسابها للكفاءة على متوسط البيانات قد تعطي قياسات خاطئة للكفاءة. كذلك معالجة بيانات الفترات بالكيفيات السابقة (مقاربة الكفاءة المحدودة) قد يعطي مجالات شاسعة للكفاءة، يترتب عنها قراءات و استنتاجات غير دقيقة. وبناء على هذه الملاحظات اقترح استخدام تحليل مغلف البيانات

العشوائي (Stochastic DEA). أساس هذه المقاربة هو اعتبار مجالات البيانات على أنها عشوائية، ومن بعد ذلك يقدر التوزيع الاحتمالي لنتيجة الكفاءة لكل وحدة إنتاجية باستعمال أسلوب المحاكاة (Kao و Liu، 2009). أوضحا الباحثان تفوق هذه المقاربة على المقاربات التي تستعمل المجالات لحساب مجال الكفاءة وخاصة في الحالة التي يكون فيها المجال واسعا. تعتبر هذه المقارنة إضافة جيدة إلا أنها اقتصرت على البيانات في صورة مجالات فقط، ولم تولي اهتماما للأنواع الأخرى من البيانات.

- **خاتمة**

تفترض نماذج تحليل مغلف البيانات التقليدية أن التكون البيانات دقيقة وتعكس القيمة الفعلية لمدخلات الوحدات الإنتاجية وكذا مخرجاتها، إلا أن في حالات معينة تظهر متغيرات وصفية وأخرى غير دقيقة ضمن المدخلات أو المخرجات أو كليهما وتجعل من افتراض الدقة صعب التحقق. في هذه الحالة تطبيق النموذج التقليدي يعطي نتائج غير دقيقة أو حتى خاطئة. من أجل تجاوز هذا الإشكال أو التخفيف من وطأته تم تطوير العديد من المقاربات. بينت هذه الورقة أهم نماذج تحليل مغلف البيانات في حالة البيانات النوعية و غير الدقيقة، من خلال استعراضها ضمن مجموعة من المقاربات المستعملة في أدبيات تقييم الكفاءة لأغراض تحسين قياس أداء الوحدات الإنتاجية -الإدارية- باستخدام أسلوب تحليل مغلف البيانات. وجاءت هذه المقاربات في أربع مجموعات: مقاربة القيود الإضافية، مقاربة الأعداد الثنائية، مقاربة الكفاءة المحدودة، مقاربة تحليل مغلف البيانات العشوائي.

المراجع:

1. Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science , 30* (9), 1078-1092.

2. Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. L. (1978). Measuring The Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research , 2* (6), 429-444.

3. Chen, Y. (2007). Imprecise DEA—Envelopment and multiplier model approaches. *Asian Pacific Journal of Operations Research , 24* (2), 279-291.

4. Cook, W. D., & Zhu, J. (2006). Rank order data in DEA: A general framework. *European Journal of Operational Research , 174* (2), 1021–1038.

5. Cook, W., Kress, M., & Seiford, L. (1996). Data envelopment analysis in the presence of both quantitative and qualitative factors. *journal of the operational research society , 47* (7), 945-953.

6. Cook, W., Kress, M., & Seiford, L. (1993). On the use of ordinal data in Data Envelopment Analysis. *Journal of the Operational Research Society , 44* (2), 133-140.

7. Cooper, W. W., Park, K. S., & Yu, G. (2001). An illustrative application of IDEA (imprecise data envelopment analysis) to a Korean mobile telecommunication company. *Operations Research , 49* (6), 807-820.

8. Cooper, W. W., Park, K. S., & Yu, G. (1999). IDEA and AR-IDEA : models for dealing with imprecise data in DEA. *management science , 45* (4), 597-607.

9. Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (2011). Data Envelopment Analysis: History, Models, and Interpretations. Dans W. W. Cooper, L. M. Seiford, & J. Zhu, *Handbook on Data Envelopment Analysis* (éd. 2, Vol. 164, pp. 1-39). New York: Springer Science+Business Media.

10. Daraio, C., & Simar, L. (2007). *Advanced robust and nonparametric methods in efficiency analysis.* USA: Springer .

11. Despotis, D. K., & Smirlis, Y. G. (2002). Data envelopment analysis with imprecise data. *European Journal of Operational Research , 140* (1), 24-36.

12. Hatami-Marbini, A., Emrouznejad, A., & Agrell, P. J. (2014). Interval data without sign restrictions in DEA. *Applied Mathematical Modelling 38 (2014) , 38* (7-8), 2028–2036.

13. Kao, C. (2006). Interval efficiency measures in data envelopment analysis with imprecise data. *European Journal of Operational Research (2006) , 174* (2), 1087–1099.

14. Kao, C., & Lin, P.-H. (2011). Qualitative factors in data envelopment analysis: A fuzzy number approach. *European Journal of Operational Research , 211* (3), 586-593.

15. Kao, C., & Liu, S.-T. (2009). Stochastic data envelopment analysis in measuring the efficiency of Taiwan commercial banks. *European Journal of Operational Research, 196* (1), 312–322.

16. Khalili-Damghani, K., Tavana, M., & Haji-Saami, E. (2015). , A data envelopment analysis model with interval data and undesirable output for combined cycle power plant performance assessment. *Expert Systems with Applications , 42* (2), 760-773.

17. Sherman, D., & Zhu, J. (2006). *services productivity management: improving service performance using data envelopment analysis (DEA).* USA: , springer business- media.

18. Smirlis, Y. G., Maragos, E. K., & Dimitris, K. D. (2006). Data envelopment analysis with missing values: An interval DEA approach . *Applied Mathematics and Computation , 177* (1), 1-10.

19. Wang, Y.-M., Greatbanksa, R., & Yang, J.-B. (2005). Interval efficiency assessment using data envelopment analysis. *Fuzzy Sets and Systems , 153* (3), 347–370.

20. Zhu, J. (2003). Efficiency evaluation with strong ordinal input and output measures. *European Journal of Operational Research , 146* (3), 477-485.

21. Zhu, J. (2003). Imprecise data envelopment analysis (IDEA): A review and improvement with an application. *European Journal of Operational Research , 144* (3), 513-529.

22. Zhu, J. (2004). Imprecise DEA via Standard Linear DEA Models with a Revisit to a Korean Mobile Telecommunication. *Operations Research , 52* (2), 323-329.

23. Zhu, J. (2014). *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking* (éd. 3). USA: Springer.